ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia, 2º semestre, Época Normal 12. 06. 2018

1ª Parte

1hora (10 valores)

Nome:____**nº:**_______

Espaço reservado para classificações				
1a.(5)	1d.(15)	2a.(10)	3a. (10)	4. (15)
1b.(10)		2b.(10)	3b. (5)	
1c.(10)			3c. (10)	T:

Atenção: Todas as questões devem ser <u>devidamente formalizadas e justificadas</u>.
As questões de resposta múltipla descontam 5 pontos se erradas

1. O fornecimento e o consumo de água, por dia em m3, num concelho, é uma v.a. bidimensional (X, Y), sendo X o fornecimento e Y o consumo, com a seguinte f.d. probabilidade conjunta:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \dfrac{k(3-x)}{3} & 0 < x < 3, 0 < y < x \\ 0 & outros\ valores\ de\ (x,y) \end{cases}$$

a) Verifique que $k = \frac{2}{3}$.

b) Calcule a função densidade de probabilidade marginal de X.

c) Qual o consumo médio de água num dia em que são fornecidos 2 m3?

d) Determine a probabilidade de num determinado dia sobrar pelo menos 1 m3.

2. A venda de casas por um agente imobiliário segue um processo de Poisson com um ritmo médio de 2 por semana.

a) O agente imobiliário receberá um bónus se vender 25 ou mais casas nas próximas 10 semanas. Qual a probabilidade de ele receber o bónus?

0,9554 ☐ 0,9443 ☐ 0,1122 ☐ 0,1568 ☐

b) Qual a probabilidade de o tempo até vender a 7ª casa ser superior a 4 semanas?

3. A Alice carrega sempre o seu telemóvel ao máximo e só volta a carregá-lo quando ele fica sem bateria. O tempo, em horas, que o telefone da Alice funciona até necessitar de ser recarregado é uma variável aleatória com distribuição normal de média 100 e desvio padrão 15 minutos.

a) A Alice vai fazer uma viagem de 6 horas. Sabendo que a Alice recarregou o seu telefone há 127 horas, qual a probabilidade de que não necessite de o recarregar antes da sua viagem terminar?

b) Calcule o número mínimo de horas que o telefone funciona com uma probabilidade de 90%?

c) Seleccionados aleatoriamente 10 tempos entre carregamentos qual a probabilidade de que o tempo médio entre carregamentos na amostra exceda o valor esperado do tempo entre carregamentos em 20 horas?

4. Sejam X e Y variáveis aleatórias independentes com variâncias σ_X^2 e σ_Y^2. Sendo as variáveis $Z = X + Y$ e $W = X - Y$ mostre que $\rho_{Z,W} = \frac{\sigma_X^2 - \sigma_Y^2}{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$. Justifique todos os passos do seu raciocínio.